2022年普通高等学校招生全国统一考试（全国乙卷）

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号框，回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．集合 $M=\{2,4,6,8,10\}, N=\{x|-1<x<6\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A．$\{2,4\}$　　B．$\{2,4,6\}$　　C．$\{2,4,6,8\}$　　D．$\{2,4,6,8,10\}$

2．设 $(1+2\mathrm{i})a+b=2\mathrm{i}$，其中 a,b 为实数，则（　　）

A．$a=1,b=-1$　　B．$a=1,b=1$　　C．$a=-1,b=1$　　D．$a=-1,b=-1$

3．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$\boldsymbol{b}=(-2,4)$，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

4．分别统计了甲、乙两位同学16周的各周课外体育运动时长（单位：h），得如下茎叶图：

甲		乙
6 1	5.	
8 5 3 0	6.	3
7 5 3 2	7.	4 6
6 4 2 1	8.	1 2 2 5 6 6 6 6
4 2	9.	0 2 3 8
	10.	1

则下列结论中错误的是（　　）

A．甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为7.4

B．乙同学周课外体育运动时长的样本平均数大于8

C．甲同学周课外体育运动时长大于8的概率的估计值大于0.4

D．乙同学周课外体育运动时长大于8的概率的估计值大于0.6

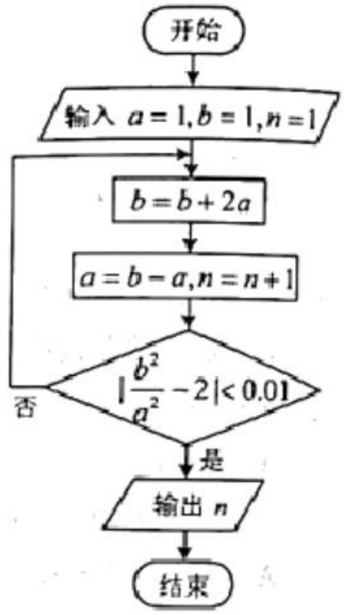
5．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 2,\\ x+2y\leqslant 4,\\ y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值是（　　）

A． -2 B．4 C．8 D．12

6．设 F 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点，点 A 在 C 上，点 $B(3,0)$，若 $|AF| = |BF|$，则 $|AB| =$（　　）

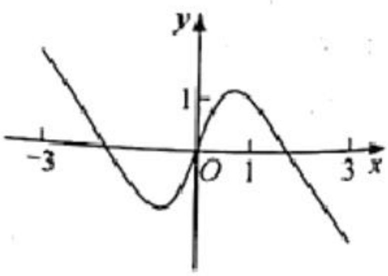
A．2 B．$2\sqrt{2}$ C．3 D．$3\sqrt{2}$

7．执行右边的程序框图，输出的 $n =$（　　）



A．3 B．4 C．5 D．6

8．右图是下列四个函数中的某个函数在区间 $[-3,3]$ 的大致图像，则该函数是（　　）



A．$y=\dfrac{-x^3+3x}{x^2+1}$ B．$y=\dfrac{x^3-x}{x^2+1}$ C．$y=\dfrac{2x\cos x}{x^2+1}$ D．$y=\dfrac{2\sin x}{x^2+1}$

9．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别为 AB,BC 的中点，则（　　）

A．平面 $B_1EF \perp$ 平面 BDD_1 B．平面 $B_1EF \perp$ 平面 A_1BD

C．平面 $B_1EF \mathbin{/\mkern-5mu/}$ 平面 A_1AC D．平面 $B_1EF \mathbin{/\mkern-5mu/}$ 平面 A_1C_1D

10．已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 168，$a_2 - a_5 = 42$，则 $a_6 =$（　　）

A．14 B．12 C．6 D．3

11．函数 $f(x)=\cos x+(x+1)\sin x+1$ 在区间 $[0,2\pi]$ 的最小值、最大值分别为（　　）

A. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}$　　B. $-\frac{3\pi}{2},\frac{\pi}{2}$　　C. $-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}+2$　　D. $-\frac{3\pi}{2},\frac{\pi}{2}+2$

12．已知球 O 的半径为 1，四棱锥的顶点为 O，底面的四个顶点均在球 O 的球面上，则当该四棱锥的体积最大时，其高为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $2S_3=3S_2+6$，则公差 $d=$_______．

14．从甲、乙等 5 名同学中随机选 3 名参加社区服务工作，则甲、乙都入选的概率为________．

15．过四点 $(0,0),(4,0),(-1,1),(4,2)$ 中的三点的一个圆的方程为______．

16．若 $f(x)=\ln\left|a+\frac{1}{1-x}\right|+b$ 是奇函数，则 $a=$_____，$b=$______．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）

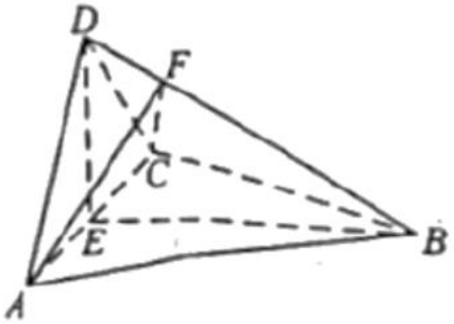
记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\sin C\sin(A-B)=\sin B\sin(C-A)$．

（1）若 $A=2B$，求 C；

（2）证明：$2a^2=b^2+c^2$

18．（12 分）

如图，四面体 $ABCD$ 中，$AD\perp CD, AD=CD, \angle ADB=\angle BDC$，$E$ 为 AC 的中点．



（1）证明：平面 $BED\perp$ 平面 ACD；

（2）设 $AB=BD=2, \angle ACB=60^\circ$，点 F 在 BD 上，当 $\triangle AFC$ 的面积最小时，求三棱锥 $F-ABC$ 的体积．

19．（12 分）某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树

木的总材积量，随机选取了 10 棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位：m^2）和材积量（单位：m^3），得到如下数据：

样本号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
根部横截面积 x_i	0.04	0.06	0.04	0.08	0.08	0.05	0.05	0.07	0.07	0.06	0.6
材积量 y_i	0.25	0.40	0.22	0.54	0.51	0.34	0.36	0.46	0.42	0.40	3.9

并计算得 $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 0.038$，$\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 1.6158$，$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 0.2474$.

（1）估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

（2）求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到 0.01）；

（3）现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为 $186\mathrm{m}^2$. 已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比. 利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值.

附：相关系数 $r = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}}$，$\sqrt{1.896} \approx 1.377$.

20.（12 分）已知函数 $f(x) = ax - \dfrac{1}{x} - (a+1)\ln x$.

（1）当 $a = 0$ 时，求 $f(x)$ 的最大值；

（2）若 $f(x)$ 恰有一个零点，求 a 的取值范围.

21.（12 分）已知椭圆 E 的中心为坐标原点，对称轴为 x 轴、y 轴，且过 $A(0,-2), B\left(\dfrac{3}{2},-1\right)$ 两点.

（1）求 E 的方程；

（2）设过点 $P(1,-2)$ 的直线交 E 于 M，N 两点，过 M 且平行于 x 轴的直线与线段 AB 交于点 T，点 H 满足 $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{TH}$，证明：直线 HN 过定点.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中选定一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑．按所涂题号进行评分，不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分。

22.［选修 4—4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos 2t, \\ y=2\sin t \end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)+m=0$.

（1）写出 l 的直角坐标方程；

（2）若 l 与 C 有公共点，求 m 的取值范围.

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知 a，b，c 都是正数，且 $a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}+c^{\frac{3}{2}}=1$，证明：

（1）$abc\le\dfrac{1}{9}$；

（2）$\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\le\dfrac{1}{2\sqrt{abc}}$.